CHAP II PHENOMENES DE TRANSPORT

Dans ce chapitre, nous couvrons les sujets suivants:
- L'équation de la densité de courant et ses composantes de dérive et de diffusion.
-L'équation de continuité et ses composants de génération et de recombinaison.

I DERIVE DES PORTEURS

I.1 Mobilité

Dans un échantillon de semi-conducteur de type n avec une concentration uniforme de donneurs en équilibre thermique, les électrons de conduction dans la bande de conduction sont essentiellement des particules libres, n'étant associés à aucun réseau cristallin spécifique ni à aucun site donneur particulier, comme expliqué dans le chapitre 1. La masse effective des électrons de conduction, influencée par la structure cristalline, diffère légèrement de la masse des électrons libres. À l'équilibre thermique, l'énergie thermique moyenne d'un électron de conduction peut être calculée à partir du théorème de la répartition de l'énergie, c'est-à-dire 1/2 kT d'énergie par degré de liberté, où k représente la constante de Boltzmann et T la température absolue. Dans un semi-conducteur, les électrons ont trois degrés de liberté car ils peuvent se déplacer dans un espace en trois dimensions. Ainsi, l'énergie cinétique des électrons est déterminée par ces principes, où m_n est la masse effective des électrons et v_{th_n} la vitesse thermique **moyenne**. À la température ambiante (300 K), la vitesse thermique des électrons dans l'équation (1) correspond à environ 10^7 cm/s pour le silicium et l'arséniure de gallium.

$$\langle E_{cn} \rangle = \frac{1}{2} m_n v_{th}^2 = \frac{3}{2} kT, \qquad (1) \quad v_{thn} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Ainsi, dans le semi-conducteur, les électrons se déplacent rapidement dans toutes les directions en raison de leur mouvement thermique. Le déplacement individuel d'un électron peut être envisagé comme une série de diffusions aléatoires résultant des collisions avec les atomes du réseau, les atomes d'impuretés et d'autres centres de diffusion, comme illustré dans la figure 1a. Ce mouvement aléatoire entraîne un déplacement net nul pour un électron sur une période de temps suffisamment longue. La distance moyenne entre ces collisions l_n est appelée le libre parcours moyen, tandis que le temps moyen entre ces collisions est appelé le temps de libre parcours moyen τ_n. Ainsi on a : $l_n = v_{th_n} \tau_n$ Pour une valeur typique de 10^{-5} cm pour le libre parcours moyen, τ_n est d'environ 1 ps (i.e., $10^{-5}/v_{th} \cong 10^{-12}$ s).

Lorsqu'un petit champ électrique $\vec{E}$ est appliqué à l'échantillon de semi-conducteur, chaque électron subira une force $-q\vec{E}$ du champ et sera accéléré le long du champ (dans la direction opposée au champ) pendant la période entre les collisions. Par conséquent, une composante de vitesse supplémentaire sera superposée au mouvement thermique des électrons. Cette composante supplémentaire s'appelle la vitesse de dérive. Le déplacement combiné d'un électron dû au mouvement thermique aléatoire et à la composante de dérive est illustré à la Fig 1b. Notez qu'il existe un déplacement net de l'électron dans la direction opposée au champ appliqué.

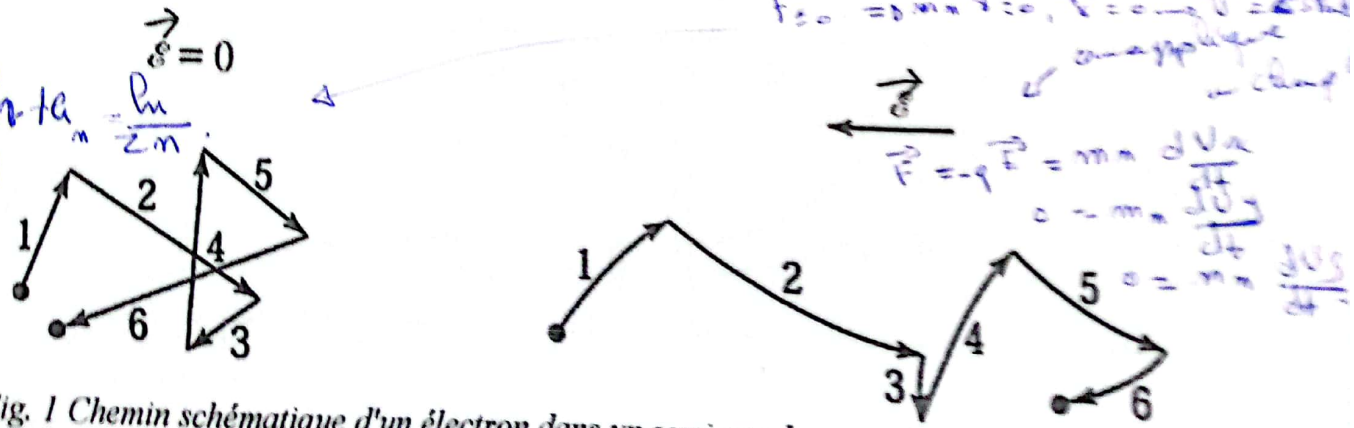


Fig. 1 Chemin schématique d'un électron dans un semi-conducteur. (a) Mouvement thermique aléat (b) Mouvement combiné dû à un mouvement thermique aléatoire et à un champ électrique appliqué.

On peut obtenir la vitesse de dérive $\vec{v}_{d_n}$ en comparant la quantité de mouvement (force × tem

Scanné avec CamScanner

appliquée à un électron au cours du trajet libre entre les collisions à rebon gagne dans la même période. L'égalité est valide parce que dans un état stable, tout le entre les collisions est perdu pour le réseau dans la collision. La quantité de appliquée à un électron est donnée par $-q\vec{E}\tau_n$, et la quantité de mouvement gagnée

On a

$$-q\vec{E}\tau_n = m_n\vec{v}_{dn} \quad (2) \Longrightarrow \quad \vec{v}_{dn} = -\frac{q\tau_n}{m_n}\vec{E} \quad (2a)$$

L'équation 2a indique que la vitesse de dérive des électrons $\vec{v}_{dn}$ est proportionnelle au champ électrique appliqué. Le facteur de proportionnalité est appelé mobilité électronique μ_n avec des unités de cm² / V-s, où $\mu_n = \frac{q\tau_n}{m_n}$ (3) Ainsi : $\vec{v}_{dn} = -\mu_n \vec{E}$ (4)

La mobilité est un paramètre important pour le transport car elle décrit l'importance du mouvement d'un électron sous l'influence d'un champ électrique appliqué.

Une expression similaire peut être écrite pour les trous dans la bande de valence:

On peut écrire alors dans ce cas:

$\ell_p = v_{th_p}\tau_p$; $\vec{v}_{dp} = \mu_p \vec{E}$; (5)

où $\vec{v}_{dp}$ est la vitesse de dérive du trou et μ_p la mobilité du trou : $\mu_p = \frac{q\tau_p}{m_p}$

Le signe négatif est supprimé dans Eq. 5, car les trous dérivent dans le même sens que le champ électrique.

EX 1

Calculer le temps libre moyen d'un électron ayant une mobilité de 1000 cm²/V-s à 300 K ; calculer également la vitesse thermique et le libre parcours moyen. On supposera que $m_n = 0,26\, m_0$ dans ces calculs.

SOLUTION A partir de l' Eq. ....., le temps libre moyen est donné par:

a)4.81×10^{-12} s; b)1.48×10^{-13} s ; c)3.21×10^{-11} s; d) 1.23×10^{-12} s;e)0

v_{thn}= est a)2.28×10^{7}cm/s b) 8.22×10^{6}cm/s; c) 5.33×10^{7}cm/s d)3.53×10^{6}cm/s e)0

for $m_n = 0.26\, m_0$

ln = a) 2.57×10^{-5} cm; b) 5.27×10^{-6} cm; c) 7.33×10^{-5} cm; d)3.37×10^{-6} cm; e)0.

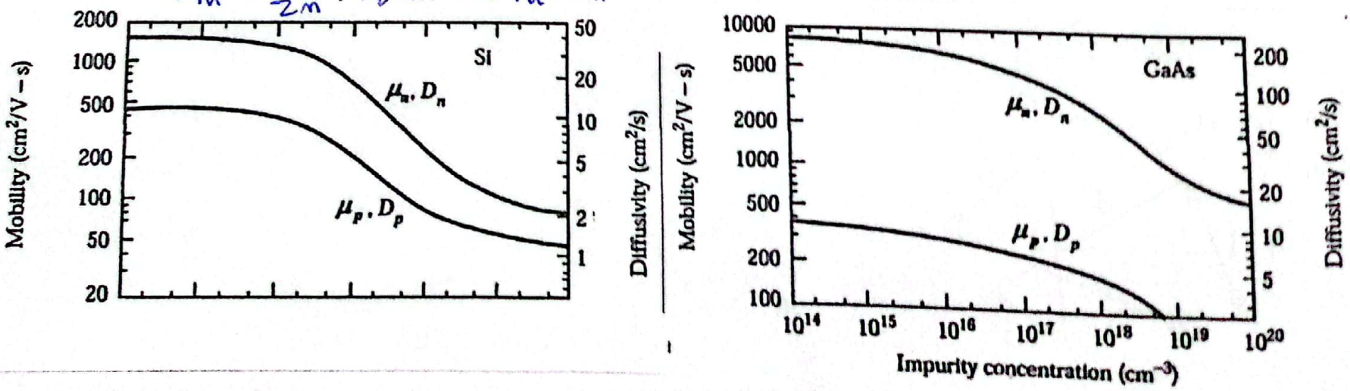


Fig. 3 Mobilités et diffusivités en Si et GaAs à 300 K en fonction de la concentration en impuretés3.

Scanné avec CamScanner

é par l'éle
moment ga
de mouvem
année est m

$\Rightarrow m_n \vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{v} = cte$ $\quad \vec{E} = E_0 \vec{i}$

Vitesse moy initiale est nulle.

pplique champ $\vec{E}$

$-qt = m_n \vec{a}$

$$\begin{cases} -qE_0 = m_n \dfrac{dv_x}{dt} \\ 0 = m_n \dfrac{dv_y}{dt} \\ 0 = \dfrac{m_n dv_z}{dt} \end{cases}$$

$dv_x = \dfrac{-q}{m_0} E_0 \, dt \quad = v_{x_n} = \dfrac{-q}{m_n} E_0 t + v_{0x}$

$v_{y_n} = v_{0y}$

$v_{z_n} = v_{0z}$

$\langle \vec{v_n} \rangle = \dfrac{-q \langle t \rangle \vec{E}}{m_n} + \langle \vec{v_{0n}} \rangle$ (initiale $= 0$)

$\vec{v}_{th_n} = \dfrac{-q \tau_n \vec{E}}{m_n} \vec{E} + \vec{0}$

$$\boxed{\vec{v}_{eq_n} = -\mu_n \vec{E}} \qquad \boxed{\vec{v}_{eq_p} = \mu_p \vec{E}}$$

Scanné avec CamScanner

II.1.2 Loi d'Ohm

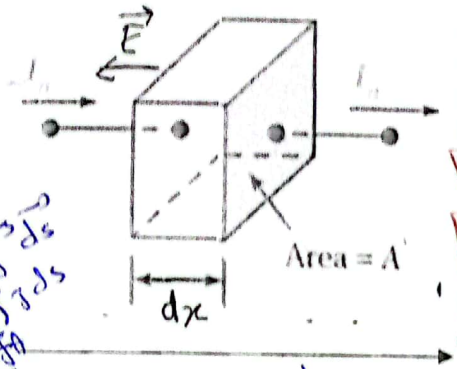


Fig 4-conduction dans le sc

Nous considérons maintenant la conduction dans un matériau semi-conducteur homogène.(fig4)
qui a une aire en coupe transversale A, une longueur dx et une concentration de n électrons/cm³.de mobilité μ_n et de p trous/ cm³ de mobilité μ_p Pendant dt le nombre d'électrons qui ont traversé la surface A est :

$dN_n = n\,dV = n\,A\,dx_n$; $(dx_n = v_{dn}\,dt)$ (6a)

et le nombre de trous est:

$dN_p = p\,dV = p\,v_{dp}\,dt\,A$ (6b)

$(dx_p = v_{dp}\,dt)$

Le déplacement de porteurs crée donc un courant dont la densité est :

$$J_c = J_{cn} + J_{cp} = \frac{I}{A} = \frac{1}{A}\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{A}q\frac{dN}{dt} = q(n\mu_n + p\mu_p)E \quad (7)$$

Et en généralisant à 3 D on aura $\vec{J_c} = q(n\mu_n + p\mu_p)\vec{E} = \sigma\vec{E}$ (8) *c'est* la loi d'Ohm microscopique.

Avec $\sigma = q(n\mu_n + p\mu_p)$ la conductivité du semiconducteur exprimée en $\Omega^{-1}m^{-1}$(9)

Dans le cas d'un sc intrinsèque, on a n=p=ni donc $\sigma = q(\mu_n + \mu_p)n_i$

Remarque:

Lorsque $T^{\nearrow}$ *alors* $\sigma^{\nearrow}$ donc la résistance d'un sc $R_{\searrow}$ rappelons que R est proportionnelle à la resistivité $\rho = 1/\sigma$.

Ex : Comment va-t-on simplifier l'expression de σ dans le cas :

a)) d'un sc de type n .

Que peut-on dire lorsque :

N_D;

b) d'un sc de type p.

Que peut-on dire lorsque :

N_A;

2.2 DIFFUSION DE PORTEURS

2.2.1 Processus de diffusion

Dans la section précédente, nous avons considéré le courant de dérive, c'est-à-dire le transport de porteurs lorsqu'un champ électrique est appliqué. Un autre composant de courant important peut exister s'il existe une variation spatiale de la concentration en porteurs dans un matériau semi-conducteur. Les porteurs ont tendance à passer d'une région à forte concentration à une région à faible concentration. Ce composant de courant s'appelle le courant de diffusion.

Pour comprendre le processus de diffusion, supposons une densité électronique qui varie dans la direction x, comme le montre la Fig. 5. Le semi-conducteur est à température uniforme, de sorte que l'énergie thermique moyenne des électrons ne varie pas avec x; seule la densité n (x) varie. Considérons le nombre d'électrons traversant le plan à x = 0 par unité de temps et par unité de surface. En raison de la température finie, les électrons ont des mouvements thermiques aléatoires avec une vitesse thermique v_{th_n} et un libre parcours moyen ℓ_n. Les électrons en x= $-\ell_n$, un libre parcours moyen du côté gauche, ont des chances égales de se déplacer à gauche ou à droite; et dans un temps libre moyen τ_n, une moitié d'entre eux se déplacera vers le plan x=0. Le taux moyen de flux d'électrons par unité de surface f_{n1} d'électrons traversant le plan x=0 à partir de la gauche est alors :

$$f_{n1} = \frac{1}{2}\frac{1}{\tau_n}\frac{n(-\ell_n)A\ell_n}{A} = \frac{1}{2}n(-\ell_n)\frac{\ell_n}{\tau_n} \quad (10)$$

De même, le taux moyen de flux d'électrons par unité de surface f_{n2} d'électrons en x = l allant vers le plan x = 0 à partir de la droite est

Scanné avec CamScanner

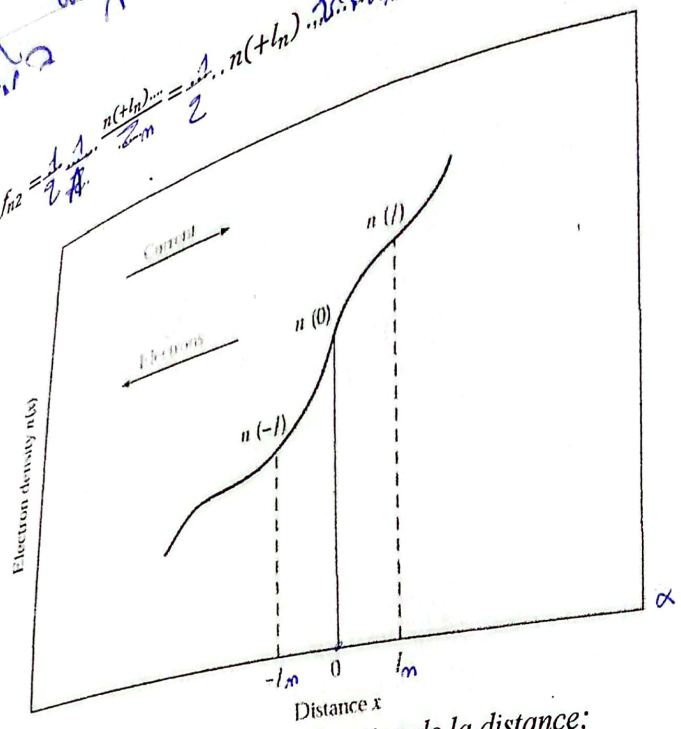


Fig. 5 Concentration en électrons en fonction de la distance;

Le taux net de flux de porteurs est :

$$f_n = f_{n_1} - f_{n_2} = \frac{1}{2}(n(-l_n) - n(+l_n)) \ldots v_{th_n} \quad (13)$$

En approximant les densités à x = ± l_n par les deux premiers termes d'un développement en série de Taylor, on obtient

$$f_n = \frac{1}{2} v_{th_n}\{[n(0) - l_n \frac{dn}{dx}] - [n(0) + l_n \frac{dn}{dx}]\} = \frac{1}{2} v_{th_n}(-2) l_n \ldots \frac{dn}{dx} = -D_n \frac{dn}{dx} \quad .(14)$$

C'est la première loi de Fick ; le coefficient D_n s'appelle la diffusivité ou coefficient de diffusion des électrons et on a $D_n = l_n v_{th_n}$. (15)

Le signe négatif indique que les électrons se déplacent des régions de fortes concentrations vers les régions de faibles concentrations

Parce que chaque électron porte une charge - q, le flux de porteurs donne lieu à un courant Le courant de diffusion est proportionnel à la dérivée spatiale de la densité électronique. Le courant de diffusion résulte du mouvement thermique aléatoire des porteurs dans un gradient de concentration.

$J_{n,diff} = -qf_n = qD_n \frac{dn}{dx}$ ...(16)

En généralisant à 3 D, on aura : $\vec{J}_{n,diff} = qD_n \overrightarrow{grad}(n)$ (17a)et $\vec{J}_{p,diff} = -qD_p \overrightarrow{grad}(p)(17b)$

2.2.2 Relation d'Einstein- Cas général :

On montre que :

$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q}$ (18) cette relation s'appelle relation d'Einstein

Dans le cas général on a :

$\vec{J} = \vec{J}_n + \vec{J}_p$ (19)avec $\vec{J}_n = qn\,\mu_n \vec{E} + qD_n \overrightarrow{grad}(n)$ (20a)et $\vec{J}_p = qp\,\mu_p \vec{E} - qD_p \overrightarrow{grad}(p)$ (20b)

Qu'on peut réecrire en tenant compte de l'équation (18)

$\vec{J}_n = \mu_n (qn \vec{E} + kT \overrightarrow{grad}(n))$ (21a) et $\vec{J}_p = \mu_p (qp \vec{E} - kT \overrightarrow{grad}(p))$ (21b).

III PROCESSUS DE GÉNÉRATION ET DE RECOMBINAISON

En équilibre thermique, la relation $pn = n_i^2$ est valide. Si des porteurs en excès sont introduits dans un semi-conducteur de sorte que $pn > n^2$, nous avons une situation de déséquilibre. Le processus d'introduction de porteurs en excès est appelé injection de porteurs. La plupart des dispositifs à semi-conducteurs fonctionnent par la création de porteurs de charge dépassant les valeurs d'équilibre thermique. Nous pouvons introduire des porteurs en excès par excitation optique ou polarisation directe d'une jonction p – n (sera discuté au chapitre suivant).

Chaque fois que la condition d'équilibre thermique est perturbée (c'est-à-dire $pn \neq n_i^2$), des processus existent pour restaurer le système à l'équilibre (c'est-à-dire $pn = n_i^2$). Dans le cas de l'injection de porteurs en excès, le mécanisme qui rétablit l'équilibre est la recombinaison des porteurs minoritaires injectés avec les porteurs majoritaires. Selon la nature du processus de recombinaison, l'énergie libérée par le processus de recombinaison peut être émise sous forme de photon ou dissipée sous forme de chaleur vers le réseau. Lorsqu'un photon est émis, le processus est appelé recombinaison radiative; sinon, on parle de recombinaison non radiative.

Les phénomènes de recombinaison peuvent être classés comme processus directs et indirects. La recombinaison directe, également appelée recombinaison bande à bande, domine généralement dans les semi-conducteurs à bande interdite directe, tels que l'arséniure de gallium, tandis que la recombinaison indirecte via des centres de recombinaison à bande interdite domine dans les semi-conducteurs à bande interdite indirecte, tels que le silicium.

III-1Recombinaison directe

Considérons un semi-conducteur à bande interdite directe, tel que GaAs, en équilibre thermique. En termes de diagramme de bande, l'énergie thermique permet à un électron de valence de faire une transition ascendante vers la bande de conduction, laissant un trou dans la bande de valence. Ce processus est appelé génération de porteurs et est représenté par le taux de génération G_{th} (nombre de paires électron-trou générées par cm^3 par seconde) sur la figure 6a. Lorsqu'un électron effectue une transition vers le bas de la bande de conduction à la bande de valence, une paire électron-trou est annihilée. Ce processus inverse s'appelle la recombinaison; il est représenté par le taux de recombinaison R_{th} sur la figure 1a. Dans des conditions d'équilibre thermique, le taux de génération G_{th} doit être égal au taux de recombinaison R_{th}, de sorte que les concentrations en porteurs restent constantes et que la condition $pn = n_i^2$ soit maintenue.

Lorsque des porteurs en excès sont introduits dans un semi-conducteur à bande interdite directe, il est très probable que les électrons et les trous se recombinent directement, Le taux de recombinaison directe R_{th} devrait être proportionnel au nombre d'électrons disponibles dans la bande de conduction et au nombre de trous disponibles dans la bande de valence; ainsi on a : $R_{th} = \beta n_n p_n$

où β est la constante de proportionnalité. Comme discuté précédemment, en équilibre thermique, le taux de recombinaison doit être équilibré par le taux de génération. Par conséquent, pour un semi-conducteur de type n, nous avons : $G_{th} = R_{th} = \beta n_{no} p_{no}$

Dans cette notation pour les concentrations de porteurs, le premier indice fait référence au type de semi-conducteur. L'indice o indique une quantité d'équilibre. n_{no} et p_{no} représentent les densités d'électrons et de trous, respectivement, dans un semi-conducteur de type n à l'équilibre thermique. Lorsque nous éclairons le semi-conducteur pour produire des paires électron-trou à un taux G_L (Fig. 6b), les concentrations en porteurs sont supérieures à leurs valeurs d'équilibre. Le taux de recombinaison et de génération devient : $R = \beta n_n p_n = \beta (n_{no} + \Delta n)(p_{no} + \Delta p)$; $G = G_L + G_{th}$

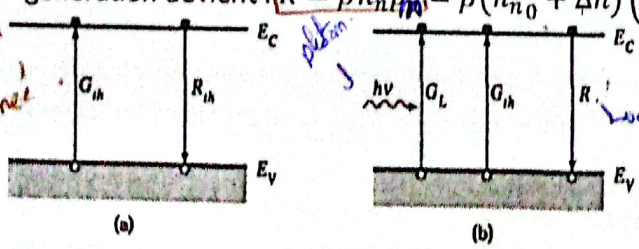


Fig. 6 Génération directe et recombinaison de paires électron-trou: (a) à l'équilibre thermique et (b) sous illumination.

où Δn et Δp sont les concentrations en excès de porteurs, données par $\Delta n = n_n - n_{no}$; $\Delta p = p_n - p_{no}$, et $\Delta n = \Delta p$ pour maintenir la neutralité globale de la charge.

Le taux net de changement de concentration de trous est donné par : $\frac{dp_n}{dt} = G - R = G_L + G_{th} - R$

Scanné avec CamScanner

En régime permanent, dp_n/dt = ... où U est le taux net de recombinaison. Pour une injection à faible niveau, Δp, $p_{no} << n_{no}$, ... Par conséquent, le taux de recombinaison net est proportionnel à ... en excès. Evidemment, U = 0 à l'équilibre thermique. La constante de proportionnalité est la durée de vie τ_p des porteurs minoritaires en excès. $\tau_p = 1/\beta n_{no}$

Le sens physique de la durée de vie peut être mieux illustré par l'exercice suivant :

Exercice :

On expose un semiconducteur uniformément à une excitation lumineuse. Un régime stationnaire s'établit, durant un temps suffisamment long.

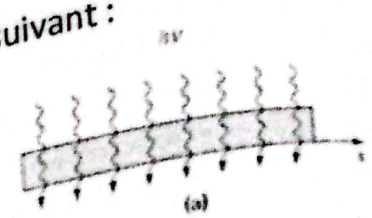


Fig.7a échantillon de type n sous illumination constante.

A l'instant t=t_0 on arrête soudainement l'excitation :

1°)Obtenir la relation qui lie P_N à P_{No}.

2°)Quelle condition doit on appliquer pour t=t_0. et t→∞

3°)Ecrire l'équation différentielle sur P_N après l'arrêt de l'excitation.

4°)Esquisser le graphe de $P_N(t)$.

1°)En régime permanant, à partir des équations précédentes : $G_L = U = \frac{\Delta n = \Delta p = \cdots\cdots}{\tau_p}$;

$p_n = p_{no} + \cdots\cdots$

2°)Si à un moment arbitraire t=t_0 disons $t_0 = 0$, la lumière est soudainement éteinte, la condition aux limites est $p_n(t=0) = p_{no} + \cdots\cdots$ $p_n(t \to infini) = \cdots\cdots$

3°)on a : $\frac{dp_n}{dt} = G_L - \cdots, = \cdots .. = -\frac{\cdots\cdots}{\tau_p}$; $(G_L = \cdots \cdots)$ On pose $x = p_n - p_{n0}$

$\frac{dx}{dt} = -\frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots}$ → Ln(x)=-.....+C; $C = constante$

→ $x = Ke^{\cdots\cdots}$ ==> $p_n - p_{n0} = K \cdots \cdots \cdots \cdots$

Comme $p_n(t=0) = p_{no} + \cdots\cdots$ →K= .....d'où $p_n = p_{n0} + \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots$

On vérifie bien que la condition $p_n(t \to infini) = p_{no}$. Est assurée

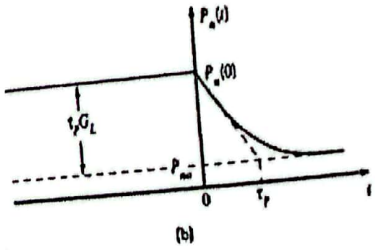


Fig.7b Décroissance des porteurs minoritaires (trous) avec le temps

4°)

La figure 7b montre la variation de p_n avec le temps. Les porteurs minoritaires se recombinent avec les porteurs majoritaires et décroissent de manière exponentielle avec une constante de temps τ_p, qui correspond à la durée de vie définie dans Eq différentielle.

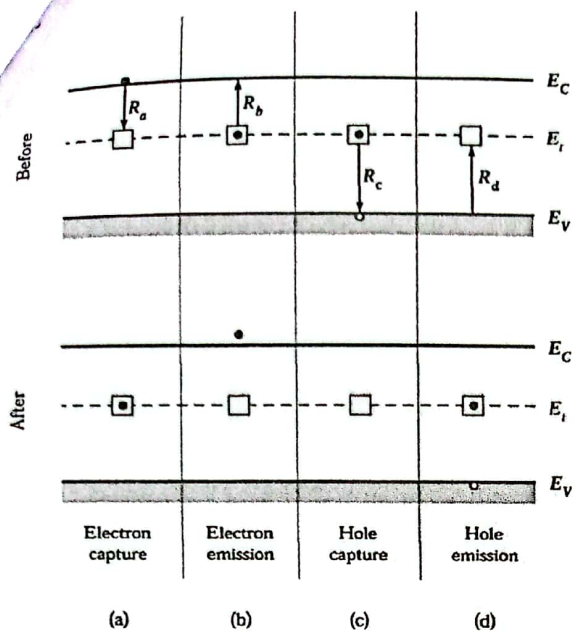
Exercice :

un échantillon d'AsGa tel que $n_{no} = 10^{14} cm^{-3}$ est exposé à une lumière et 10^{13} paires électron-trous/ cm^3 sont créées chaque microseconde. Si $\tau_p = \tau_n = 2\mu s$, trouver la valeur de l'excès en porteurs minoritaires.

III-2- Recombinaison indirecte

Pour les semi-conducteurs à bande interdite indirecte, tels que le silicium, un processus de recombinaison directe est très improbable. Par conséquent, le processus de recombinaison dominant dans ces semi-conducteurs est une transition indirecte via des états d'énergie localisés dans l'intervalle d'énergie interdit. Ces états agissent comme un tremplin entre la bande de conduction et la bande de valence.

Scanné avec CamScanner



La figure 8 montre diverses transitions qui se produisent dans le processus de recombinaison via des états de niveau intermédiaire (également appelés centres de recombinaison). Nous illustrons l'état de charge du centre avant et après chacune des quatre transitions de base ont lieu. Les flèches sur la figure désignent la transition de l'électron dans un processus particulier. L'illustration concerne le cas d'un centre de recombinaison avec un niveau d'énergie unique qui est neutre lorsqu'il n'est pas occupé par un électron et négatif lorsqu'il est occupé. Dans la recombinaison indirecte, la détermination du taux de recombinaison est plus compliquée.

Fig. 8 *Processus indirects de génération-recombinaison de (a) capture d'électrons, (b) émission d'électrons, (c) capture de trous et (d) émission de trous à l'équilibre thermique.*

Dans des conditions de faible injection dans un semi-conducteur de type n, $n_n >> p_n$, le taux de recombinaison peut s'écrire de la manière suivante :

$$U = v_{th}\sigma_o N_t \frac{p_n - p_{no}}{1 + \left(\frac{2n_i}{n_{no}}\right)\cosh\left(\frac{E_t - E_i}{kT}\right)} = \frac{p_n - p_{no}}{\tau_p}$$

où v_{th} est la vitesse thermique des porteurs, N_t est la concentration du centre de recombinaison dans le semi-conducteur et σ_o s'appelle la section efficace de capture des électrons(ou trou). La quantité σ_o décrit l'efficacité du centre dans la capture d'un électron (ou trous) et constitue une mesure de la distance à laquelle l'électron(ou trou) doit venir au centre pour être capturé.

Le taux de recombinaison pour la recombinaison indirecte est donné par la même expression que dans le cas de recombinaison directe; Cependant, τ_p dépend des emplacements des centres de recombinaison dans la bande interdite.

IV ÉQUATION DE CONTINUITÉ

Dans les sections précédentes, nous avons examiné des effets individuels tels que la dérive due à un champ électrique, la diffusion due à un gradient de concentration et la recombinaison de porteurs par le biais de centres de recombinaison de niveau intermédiaire. Nous considérons maintenant l'effet global lorsque la dérive, la diffusion et la recombinaison se produisent simultanément dans un matériau semi-conducteur. L'équation dominante s'appelle l'équation de continuité.

Pour dériver l'équation de continuité unidimensionnelle des électrons, considérons une section infinitésimale d'épaisseur dx située en x, comme le montre la figure 9. Le nombre d'électrons de la tranche peut augmenter en raison du flux de courant net dans la tranche et la génération de porteurs dans la tranche. Le taux global d'augmentation des électrons est la somme algébrique de quatre composantes: le nombre d'électrons entrant dans la tranche en x, moins le nombre d'électrons sortant en x + dx, plus le taux de génération des électrons, moins le taux en auxquels ils sont recombinés avec des trous dans la tranche.

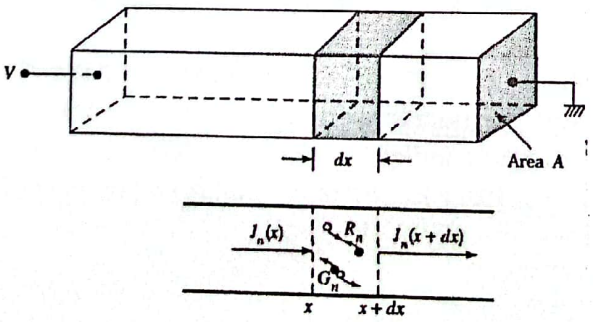


Fig. 9 *Processus existants dans une tranche infinitésimale d'épaisseur dx.*

Les deux premiers composants sont trouvés en divisant les courants de chaque côté de la tranche par la charge d'un électron. Les taux de génération et de recombinaison sont désignés par G_n et R_n, respectivement. Le taux de variation global du nombre d'électrons dans la tranche est alors

Scanné avec CamScanner

$\frac{\partial n}{\partial t}Adx = \left[\frac{J_n(x)A}{-q} - \frac{J_n(x+dx)A}{-q}\right] + (G_n - U_n)Adx$;où A est la sec

Développer l'expression pour le courant à x + dx en série de Taylor donne $J_n(x+dx) = J_n(x) + \frac{\partial J_n(x)}{\partial x}dx + \cdots$

Nous obtenons ainsi l'équation de base de la continuité pour les électrons : $\frac{\partial n}{\partial t} = +\frac{1}{q}\frac{\partial J_n(x)}{\partial x} + (G_n - U_n)$

Une équation de continuité similaire peut être dérivée pour les trous, sauf que le signe du premier terme à droite de l'équation, en raison de la charge positive associée à un trou: $\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q}\frac{\partial J_p(x)}{\partial x} + (G_p - U_p)$

Pour le cas unidimensionnel dans des conditions de faible injection, on a : $U_n = \frac{n_p - n_{p_0}}{\tau_n}$ et $U_p = \frac{p_n - p_{n_0}}{\tau_p}$

D'autre part, on a : $J_n = q\mu_n nE + qD_n\frac{\partial n}{\partial x}dx \Longrightarrow \frac{1}{q}\frac{\partial J_n}{\partial x} = \mu_n\frac{\partial n}{\partial x}E + \mu_n n\frac{\partial E}{\partial x} + D_n\frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$

Et : $J_p = q\mu_p pE - qD_p\frac{\partial p}{\partial x}dx \Longrightarrow -\frac{1}{q}\frac{\partial J_p}{\partial x} = -(\mu_p\frac{\partial p}{\partial x}E + \mu_p p\frac{\partial E}{\partial x}) + D_p\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$

les équations de continuité pour les porteurs minoritaires (c'est-à-dire, n_p dans un semi-conducteur de type P ou p_n dans un semi-conducteur de type N) sont les suivantes:

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = \mu_n\frac{\partial n_p}{\partial x}E + \mu_n n_p\frac{\partial E}{\partial x} + D_n\frac{\partial^2 n_p}{\partial x^2} + G_n - \frac{n_p - n_{p_0}}{\tau_n}$$

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -\mu_p\frac{\partial p_n}{\partial x}E - \mu_p p_n\frac{\partial E}{\partial x} + D_p\frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} + G_p - \frac{p_n - p_{n_0}}{\tau_p}$$

Outre les équations de continuité, l'équation de Poisson

IV.2 Injection à l'état d'équilibre d'un côté

La figure 10a montre un semi-conducteur de type n dans lequel des excès de porteurs sont injectés d'un côté par illumination. On suppose que la pénétration de la lumière est négligeable (c'est-à-dire les hypothèses de champ nul et de génération nulle pour x> 0). À l'état d'équilibre, il existe un gradient de concentration près de la surface.

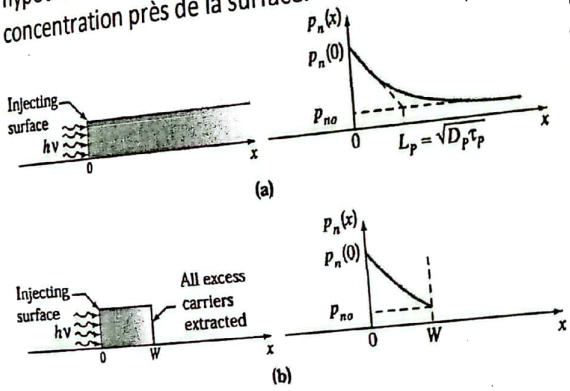


Fig. 10 Injection d'un porteur à l'état d'équilibre d'un côté. (a) Échantillon semi-infini. (b) Échantillon d'épaisseur W.

l'équation différentielle pour les porteurs minoritaires à l'intérieur du semi-conducteur est

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = 0 = D_p\frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \frac{p_n - p_{no}}{\tau_p}.$$

Les conditions aux limites sont

$p_n(x=0) = p_n(0)$ = valeur constante et

$p_n(x \to \infty) = p_{no}$. La solution de $p_n(x)$ est :

$$p_n(x) = p_{no} + [p_n(0) - p_{no}]e^{-x/L_p}.$$

La longueur L_p est égale à $\sqrt{D_p\tau_p}$ et est appelée longueur de diffusion. La figure 10a montre la variation de la densité de porteurs minoritaires, qui décroît avec une longueur caractéristique donnée par L_p.

Si nous changeons la deuxième condition aux limites, comme indiqué sur la figure 10b, de sorte que tous les porteurs en excès à x = W soient extrait, c'est-à-dire $p_n(W) = p_{no}$, on obtient alors une nouvelle solution

$$p_n(x) \quad p_{no} + [p_n(0) \quad p_{no}]\left[\frac{\sinh\left(\frac{W}{L_p} - \frac{x}{L_p}\right)}{\sinh\left(\frac{W}{L_p}\right)}\right].$$

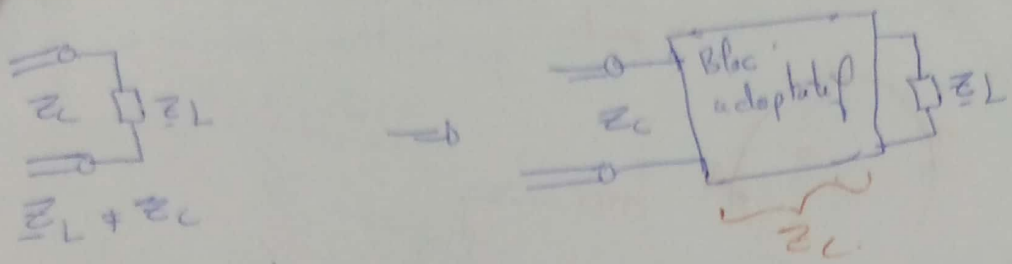
La densité de courant en x = W est donnée par l'expression du courant de diffusion, Eq. 32 avec E = 0:

$$J_p = qD_p\left.\frac{\partial p_n}{\partial x}\right|_{x=W} = q[p_n(0) \quad p_{no}]\frac{D_p}{L_p}\frac{1}{\sinh(W/L_p)}.$$

Scanné avec CamScanner

Adaptation des lignes de transmission

Principe :

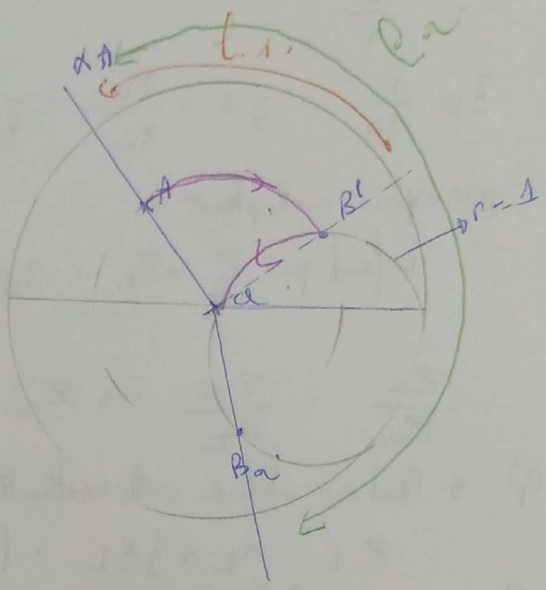


$\underline{Z}_L + Z_c$

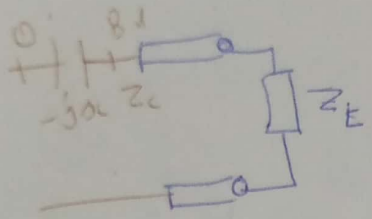
- La ligne monoadaptée.

2 - Adaptation au moyen d'éléments réactifs (ou réactances).

$$\underline{z}_0 = 1 + j0$$



A → B1 → O.

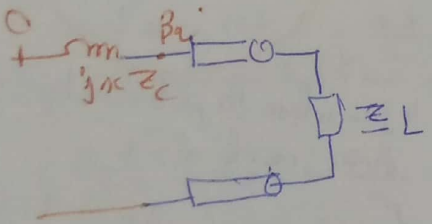


$$l_1 = \alpha_{B_1} - \alpha_A + n\frac{1}{2}.$$

$$\underline{z}_{B_1} = 1 + jx \qquad x > 0$$

$$\underline{z} = \underline{z}_{B_1} + (-jx) = 1 + j0$$

A → Ba → O.



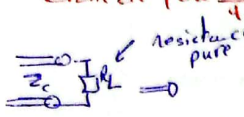
$$l_2 = \alpha_{B_a} - \alpha_A + n\frac{1}{2}.$$

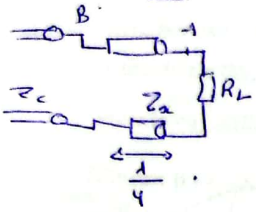
$$\underline{z}_{B_a} = 1 - jx.$$

$$\underline{z}_0 = \underline{z}_B + jx = 1 + j0.$$

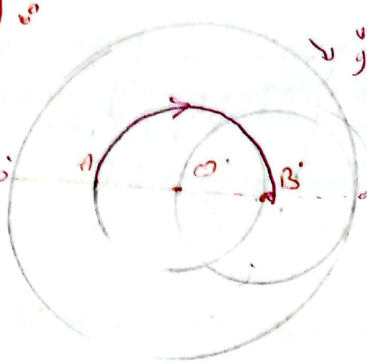
Scanné avec CamScanner

III 3 - Adaptation par une ligne quart d'onde (ou $\frac{1}{4}$)





vers générateur



vers générateur

$\underline{z}_B \quad \frac{1}{\underline{z}_A} \qquad \underline{z}_A = \frac{R_L}{Z_c} \; ; \; \underline{z}_B = \frac{\underline{Z}_B}{Z_c}$

pour avoir adaptation :

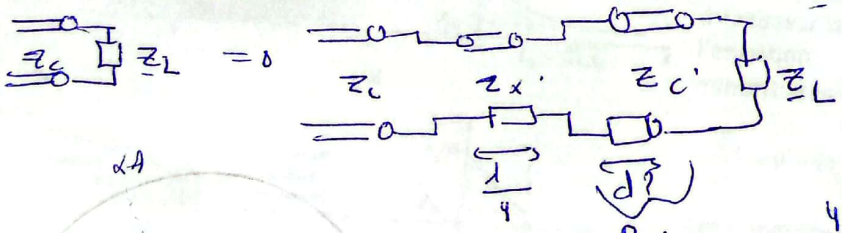
il faut que $\underline{Z}_B = Z_c$; $\underline{z}_B = \frac{Z_c}{Z_{ac}}$.

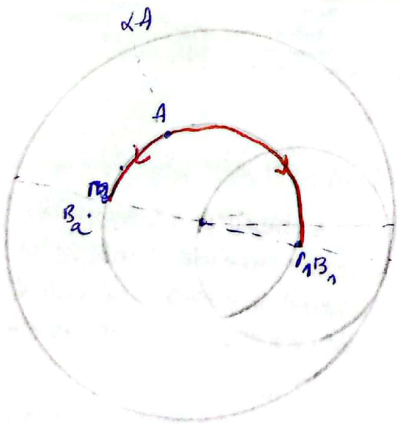
$$\frac{Z_c}{Z_{ac}} = \frac{Z_{ac}}{R_L} \Rightarrow Z_{ac}^2 = R_L Z_c \Leftrightarrow \boxed{Z_{ac} = \sqrt{R_L Z_c}}$$

Q : Peut on utiliser cette methode si on a une charge

$\underline{Z}_L = R_L + jX_L \quad : (X_L \neq 0)$

R : oui En effet il suffit d'ajouter une longueur de ligne ℓ telle que :



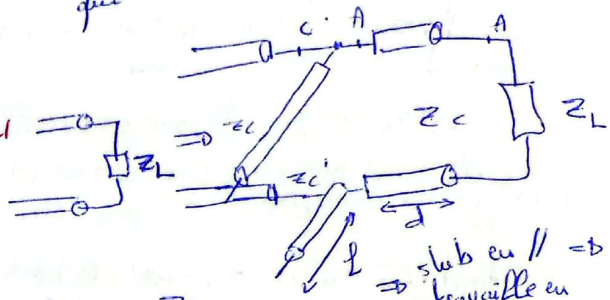


c.c $\alpha = -\infty$

c.o $\alpha = 0$

V 4 - Adaptation simple $\Rightarrow$ stub

stub : Longueur de ligne variable qui est terminé par un C.C ou C.O.

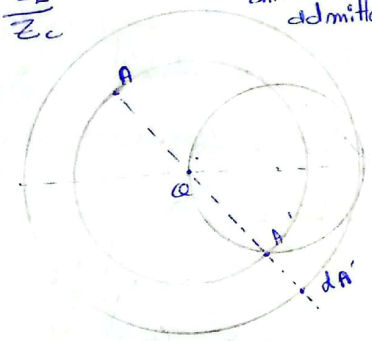


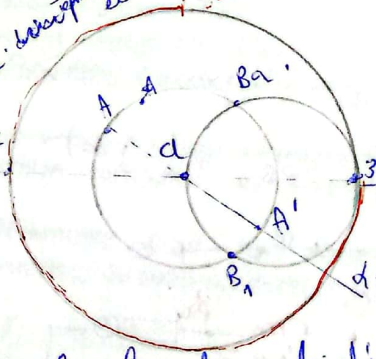
$\Rightarrow$ stub en // $\Rightarrow$ on travaille en admittance.

1) $\underline{z}_A = \frac{Z_L}{Z_c}$

2) $\underline{y}_A$

3) $\alpha_A' = \ldots$





4) On relève les points sur abaque d'intersect avec cercle $r = 1$.

$\alpha_{B_1} = \ldots \qquad \underline{y}_{B_1} = 1 - jx$

$\alpha_{B_2} = \ldots \qquad \underline{y}_{B_2} = 1 + jx$.

5) calcul de d :

1re solut $d_1 = \alpha_{B_1}' - \alpha_A' + \frac{n\lambda}{2}$

2e solut $d_2 = \alpha_{B_2} - \alpha_A' + \frac{n\lambda}{2}$.

6) Longueur du stub.

Le stub est equivalent une susceptance variable.

Scanné avec CamScanner

Z_c du stub étagale à Z_c de la ligne
la longueur L correspondante
$+j\infty$ pour la première solution
$-j\infty$ pour la deuxième solution

cas où le stub est c.c

$l_1 = d_1 - d_{cc} + \frac{n\lambda}{2}$

$l_2 = d_2 + d_{cc} + \frac{n\lambda}{2}$

Exemple : réactance inverse : susceptance.

Soit une ligne d'air de $Z_c = 50\,\Omega$ terminée par Z_L qui est supposée d'une résistance $R = 40\,\Omega$ en série avec une capacité de réactance $-j\,100\,\Omega$.

Sachant que $f = 600$ MHz, adapter au moyen du stub CC.

$\underline{Z}_L = (40 - j100)\,\Omega$

$\underline{S}_A = \frac{\underline{Z}_L}{Z_c} = \frac{40 - j100}{50} = 0,8 - j2$

$d_A' = 0,066\,\lambda$

$d_{B_1}' = 0,193\,\lambda$ $\quad \underline{y}_{B_1}' = 1 + j\,2,25$

$d_{B_2}' = 0,307\,\lambda$ $\quad \underline{y}_{B_2}' = 1 - j\,2,25$

$d_1 = d_{B_1} - d_A' + n\frac{\lambda}{2}$

$= 0,193 - 0,066 + n\frac{\lambda}{2}$

$= 0,127\,\lambda + n\frac{\lambda}{2}$

$\lambda = \frac{c}{f} = 50$ cm $= 6,35$ cm $+ n\,25$ cm

$d_2 = d_{B_2}' - d_A' + n\frac{\lambda}{2}$

$= 0,307\,\lambda - 0,066\,\lambda + n\frac{\lambda}{2}$

$= 0,307\,\lambda + n\frac{\lambda}{2}$

$= 19,05$ cm $+ n\,25$ cm

longueur du stub.

1ère solution on ajoute $-j\infty$

$d_1 = 0,317\,\lambda$

$l_1 = d_1 - d_{cc} + \frac{n\lambda}{2}$

$d_{cc} = 0,25$

$l_1 = 0,067\,\lambda + \frac{n\lambda}{2}$

$= 6,99$ cm $+ n\,25$ cm

2ème solution on ajoute $+j\infty$

$d_2 = 0,183\,\lambda$

$l_2 = d_2 - d_{cc} + \frac{n\lambda}{2}$

$l_2 = 0,433\,\lambda + \frac{n\lambda}{2}$

$= 21,66$ cm $+ n\,25$ cm

Scanné avec CamScanner

1ère solution : $z = \frac{R + jx}{Z_c} = r + jx$

$R_1 = r_1 \times Z_c$

$= 0,3 \times 100 = 30\ \Omega$

$\alpha_1 = \alpha_{B_1} - \alpha_A + \frac{n\lambda}{2}$

$= 0,5\lambda - 0,306\lambda + \frac{n\lambda}{2}$

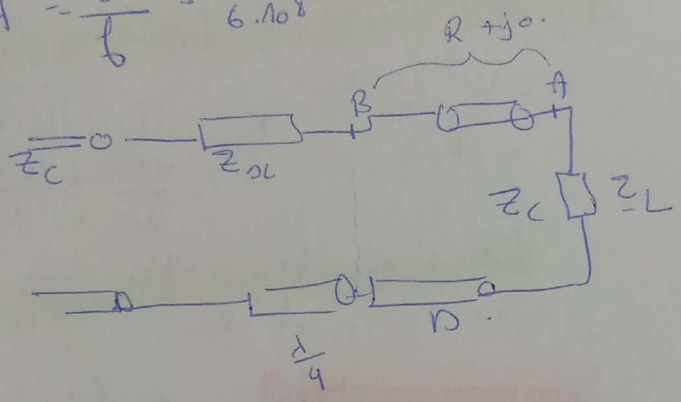
$= 0,194\lambda + \frac{n\lambda}{2}$

$= 9,7\ cm + n\ 25\ cm$

$Z_{sc_1} = \sqrt{R_1 \times Z_c} = \sqrt{30 \times 100}$

$= 54,8\ \Omega$

$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.10^8}{6.10^8} = 0,5\ m = 50\ cm$



2ème solution

$R_2 = r_2 \times Z_c$

$= 3,4 \times 100$

$= 340\ \Omega$

$\alpha_2 = \alpha_{B_2} - \alpha_A + \frac{n\lambda}{2}$

$= 0\lambda - 0,306\lambda + 0,5 + \frac{n\lambda}{2}$

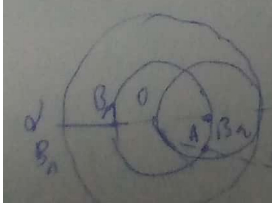
$= 0,194\lambda + \frac{n\lambda}{2}$

$= 9,7\ cm + n\ 25\ cm$

$= 22,9\ cm + n\ 25\ cm$

$Z_{sc_2} = \sqrt{340 \times 100} = 184,4\ \Omega$

$= 183,8\ \Omega$

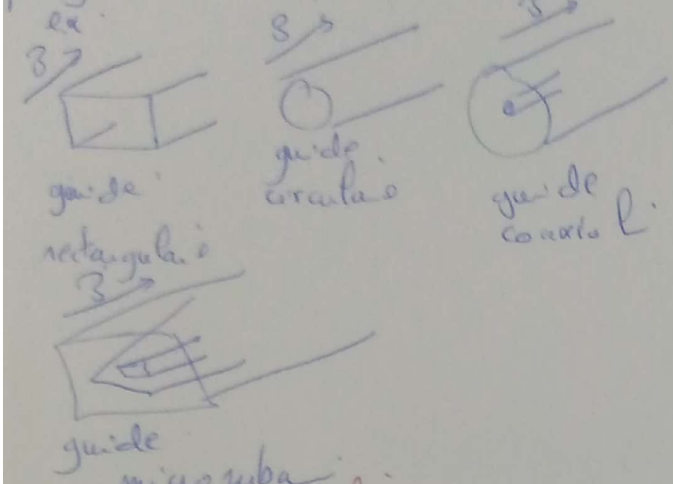


Scanné avec CamScanner

Chap III : les Guides d'ondes.

I - Introduction :

Les guides d'ondes sont des structures qui guide l'onde électromagnétique



II - Guide Rectangulaire

II - 1 Solution de l'équation d'onde :

$$\Delta \begin{pmatrix} \vec{E} \\ \text{ou} \\ \vec{H} \end{pmatrix} = k^2 \begin{pmatrix} \vec{E} \\ \text{ou} \\ H \end{pmatrix}$$

$\vec{B} = \mu \vec{H}$

$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$

$\vec{rot}\, \vec{E} = -j\omega\mu \vec{H}$

$\vec{H}(M,t) = \vec{H}(M)\, e^{j\omega t}$

$= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{\partial \mu \vec{H}}{\partial t}$

$= -j\omega\mu \vec{H}$

$\vec{rot}\,\vec{rot}\,\vec{E} = \vec{grad}\,\vec{div}\,\vec{E} - \Delta \vec{E}$

$\vec{div}\,\vec{D} = \rho \Rightarrow \vec{div}\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$ $(\rho = 0)$

$-\Delta \vec{E} = -j\omega\mu\, \vec{rot}\,\vec{H}$.

$\vec{rot}\,\vec{H} = \sigma \vec{E} + j\omega\varepsilon \vec{E}$

$= \gamma \vec{E} = (\gamma + j\omega\varepsilon)\vec{E}$

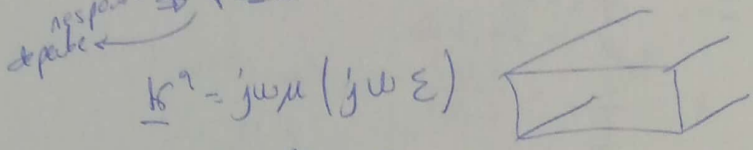
$\Delta \vec{E} = j\omega\mu(\gamma + j\omega\varepsilon)\vec{E}$

k^2

$$\Delta \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = k^2 \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$ 3 équations

il est de même pour $\vec{H}$

on va supposer les milieux parfaits



$k^2 = j\omega\mu(j\omega\varepsilon)$

$= -\omega^2 \mu\varepsilon$.

$= -k_0^2$. $k_0 = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$.

$= \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$.

Les 6 équations d'ondes se résument en :

$$\Delta \Psi = -k_0^2 \Psi, \quad \Psi = \Psi(x,y,z) \quad (1)$$

$\Psi = E_x$ ou E_y ou E_z ou H_x ou H_y ou H_z.

L'équation (1) se résout par la méthode dite séparation des variables

$$\Psi(x,y,z) = X(x)\,Y(y)\,Z(z) \quad (2)$$

(1) et (2) $= 0$

$\Delta XYZ = -k_0^2 XYZ$

$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

$\frac{\partial^2(XYZ)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(XYZ)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2(XYZ)}{\partial z^2}$

$= -k^2(XYZ)$

$= YZ\frac{d^2X}{dx^2} + XZ\frac{d^2Y}{dy^2} + XY\frac{d^2Z}{dz^2}$

$= -k^2 XZY$

$= \frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2} + \frac{1}{Y}\frac{d^2Y}{dy^2} + \frac{1}{Z}\frac{d^2Z}{dz^2} = -k_0^2$.

$\vec{B} = \mu \vec{H}$, $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$, $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ (Lorentz et ...)

$\frac{g(y)}{} + \frac{h(z)}{} = -k^2$

$f(x) = cte$; $g(y) = cste$

et $h(z) = cte$.

$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = -k_x^2$

$\Rightarrow \frac{d^2 X}{dx^2} + k_x^2 X = 0$

$\Rightarrow X(x) = A \cos(k_x x) + B \sin(k_x x)$

$\Rightarrow \frac{d^2 Y}{dy^2} + k_y^2 Y = 0$

$\Rightarrow Y(y) = C \cos(k_y y) + D \sin(k_y y)$.

$\frac{d^2 Z}{dz^2} + k_z^2 Z = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow Z(z) = E e^{-jk_z z} + E e^{+jk_z z}$.

on impose $E = 0$.

finalement (on prend $k_z = \beta_g$)

$\Psi(x,y,z) = \left(A' \cos(k_x x) + B' \sin(k_x x)\right) + D \sin(k_y y) + C' \cos(k_y y)\right) e^{-j\beta_g z}$.

on pose $k_c^2 = k_x^2 + k_y^2$.

$\Rightarrow$ **$k_c^2 + \beta_g^2 = +k_0^2$** (1).

II - 2 Modes transverses électrique (TE ou H).

on montre que dans un guide d'onde $\psi(x,y)$.

transverse électrique, transverse magnétique

Les modes TE sont caractérisés par $E_z = 0$.

on a :

$\vec{rot}\, \vec{E} = -j\omega\mu \vec{H}$

$\vec{rot}\, \vec{H} = \vec{J} + j\omega\varepsilon \vec{E}$

$\vec{J} = 0$ pas courant

le milieu à l'intérieur du guide

cylindrique, homogène et isotrope (L, h, i).

$\vec{rot}\, E = \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$

x, y, z

Scanné avec CamScanner

$$\frac{\partial \underline{E}_z}{\partial y} - \frac{\partial \underline{E}_y}{\partial z} = -j\omega\mu \underline{H}_x \quad (1a)$$

$$\frac{\partial \underline{E}_x}{\partial z} - \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial x} = -j\omega\mu \underline{H}_y \quad (1b)$$

$$\frac{\partial \underline{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \underline{E}_x}{\partial y} = -j\omega\mu \underline{H}_z \quad (1c)$$

$$\frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \underline{H}_y}{\partial z} = +j\omega\varepsilon \underline{E}_x \quad (2a)$$

$$\frac{\partial \underline{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial x} = -j\omega\varepsilon \underline{E}_y \quad (2b)$$

$$\frac{\partial \underline{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \underline{H}_x}{\partial y} = +j\omega\varepsilon \underline{E}_z \quad (2c)$$

$\underline{E}_z = 0$: $\frac{\partial \Psi}{\partial z} = -j\beta_g \underline{\Psi}$.

$+j\beta_g \underline{E}_y = -j\omega\mu \underline{H}_x \quad (1a)'$

$-j\beta_g \underline{E}_x = -j\omega\mu \underline{H}_y \quad (1b)'$

$\Rightarrow \frac{\underline{E}_x}{-\underline{H}_y} = \frac{-\underline{E}_y}{\underline{H}_x} = \frac{\omega\mu}{\beta_g} = Z_{OTE}$ (impédance de l'onde TE)

$$\frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y} + j\beta_g \underline{H}_y = +j\omega\varepsilon \underline{E}_x \quad (2a)'$$

$$j\beta_g \underline{H}_x - \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial x} = j\omega\varepsilon \underline{E}_y \quad (2b)'$$

Cherchons des relations entre les composantes transverses de la composante longitudinale

$\underline{H}_z : \underline{H}_x = f(\underline{H}_z) ; \underline{H}_y = f(\underline{H}_z) ; \underline{E}_x = f(\underline{H}_z) , \underline{E}_y = f(\underline{H}_z)$

$\omega^2\varepsilon\mu = k_0^2$

$k_c^2 + \beta_g^2 = k_0^2 \quad (\square)$

$(2a)' \text{ et } (\square\square) \Rightarrow 0 \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y} + j\beta_g \underline{H}_y = j\omega\varepsilon \frac{\omega\mu}{\beta_g} \underline{H}_y$.

$\Rightarrow 0 \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y} = j\left(-\beta_g + \frac{k_0^2}{\beta_g}\right) \underline{H}_y$.

$\Rightarrow \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y} = j\left(\frac{-\beta_g^2 + k_0^2}{\beta_g}\right) \underline{H}_y$

$\Rightarrow \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y} = j\left(\frac{k_c^2}{\beta_g}\right) \underline{H}_y \Rightarrow \underline{H}_y = -j\left(\frac{\beta_g}{k_c^2}\right) \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y} \quad (3a) \Rightarrow \in (\square\square)$.

$\Rightarrow \frac{\beta_g}{\omega\mu} \underline{E}_x = -j\left(\frac{\beta_g}{k_c^2}\right)\left(\frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y}\right)$.

$\Rightarrow \underline{E}_x = -j\left(\frac{\omega\mu}{k_c^2}\right)\left(\frac{\partial \underline{H}_z}{\partial y}\right) \quad (3b)$.

Scanné avec CamScanner

$= \frac{m\pi}{a}$

$y(y)$

$\frac{dy}{dy} = 0$ ou $y = 0$ et $b = b$ $D = 0$ et que.

$k_y = \frac{n\pi}{b}$ avec $n = 1, 2 \ldots$

- finalement :

$$\underline{H}_z(x,y,z) = \underline{H}_{zmn} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta y z}$$

$$\Rightarrow \underline{E}_x(x,y,z) = \underline{E}_{xmn} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta y z}$$

$$\underline{E}_y(x,y,z) = \underline{E}_{ymn} \sin\left(\frac{m\pi n}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta y z}$$

$$\underline{H}_x(x,y,z) = H_{xmn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta y z}$$

$$\underline{H}_y(x,y,z) = \underline{H}_{ymn} \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta y z}$$

$\Rightarrow$ on constate l'existance d'une double infinité de couples (m,n) qui correspond à des solutions possibles : ce sont les modes TE_{mn}

- Remarque : Le mode TE_{00} n'existe pas.

nous avons que :

$$k_c = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$$

Dans notre cas :

$$k_{c\,mn}^{TE} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

$(\Pi) \Rightarrow \beta_y^2 = k_0^2 - k_c^2$

β_y : constante de propagation guidée

k_0 : constante de propagation dans le milieu illimité qui correspond au générateur.

k_c : constante de propagation de coupure

$$\rightarrow k_0 = \omega_0 \sqrt{\varepsilon \mu} = \frac{\omega_0}{v} \qquad v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}}$$

$$= \frac{2\pi f_0}{v} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad \text{car } \mu_r = 1$$

$$\rightarrow \beta_y = \frac{\omega_y}{v} = \frac{2\pi}{\lambda_y}$$

$$\rightarrow k_c = \frac{\omega_c}{v} = \frac{2\pi}{\lambda_c}$$

Scanné avec CamScanner

Etape 6 Trouver les 2 autres solutions

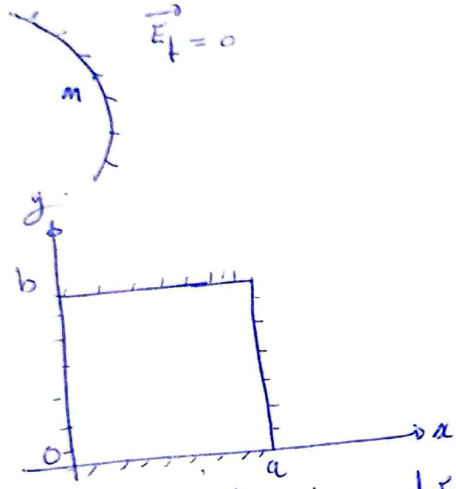
$\underline{E}_y = f(\underline{H}_3)$

$\underline{H}_x = f(\underline{H}_3)$.

$\underline{E}_y = \frac{j\omega\mu}{k_c^2} \frac{\partial \underline{H}_3}{\partial x}(3)$ $\quad \underline{H}_x = -\frac{j\beta_g}{k_c^2} \frac{\partial \underline{H}_3}{dx}(3)$

$\underline{E}_x = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2} \frac{\partial \underline{H}_3}{\partial y}$ $\quad \underline{H}_y = -j\frac{\beta_g}{k_c^2} \frac{\partial \underline{H}_3}{\partial y}$.

Conditions aux limites au niveau d'un cp (conducteur électrique parfait



$\vec{E_t} = 0 \Rightarrow \underline{E}_y(x=d) = 0$ et $E_y(x=a) = 0$

$a \leq y \leq b$

$E_x(y=0) = 0$ et $E_x(y=b) = 0$

$\forall\ 0 \leq x \leq a$

$E_y = 0 \Rightarrow \frac{\partial \underline{H}_3}{\partial x} = 0$ en x et a

$E_x = a \Rightarrow \frac{\partial \underline{H}_3}{\partial y} = 0$ en $y = 0$ et b

} Conditions aux limites

$\underline{H}_3(x,y,\beta) = \underbrace{(A\cos(k_x x) + B\sin(k_x x))}_{X(x)} \underbrace{(C\cos(k_y y) + D\sin(k_y y))}_{Y(y)} \underbrace{e^{-j\beta_g \beta}}_{Z(\beta)}$.

$\frac{\partial \underline{H}_3}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{dX}{dx} = 0$

$\frac{dX}{dx} = k_x(-A\sin(k_x x) + B\cos(k_x x))$.

$\frac{dX}{dx}(x=0) = 0 \Rightarrow k_x(-A\underbrace{\sin(k_x 0)}_{0} + B\underbrace{\cos(k_x 0)}_{1}) = 0$.

$\Rightarrow B = 0$

$\frac{dX}{dx}(x=a) = 0 \Rightarrow k_x(-A\sin(k_x a)) = 0$

$\Rightarrow k_x a = m\pi \quad m = 0, 1, 2, \ldots$

Scanné avec CamScanner

Comment de
augmente
que l'onde guidée existe
si que $\beta_g^2 > 0$

$k_0^2 > k_c^2 \Rightarrow k_0 > k_c$

$\Rightarrow f_0 > f_c$ (pour chaque (m n)) mode.

fréquence de coupure

Remarque: La vitesse de phase : (dans le guide d'onde).

$$v_p = \frac{\omega_0}{\beta_g}$$

II-3 Modes transversaux magnétique : TM

ce mode caractérisé par

$$\underline{H}_z = 0$$

En faisant une étude semblable aux modes TE on trouve.

$$\underline{E}_z(x,y,z) = \underline{E}_{z\,max} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta_g z}$$

$$\underline{E}_x = \frac{-j\beta_g}{k_c^2} \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial x} \; ; \; \underline{E}_y = \frac{-j\beta_g}{k_c^2} \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial y}$$

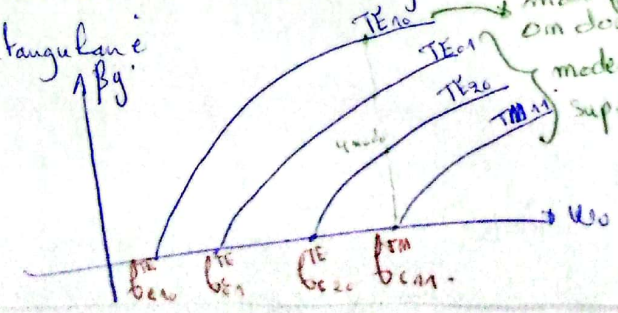
$$\underline{H}_x = \frac{j\omega\varepsilon}{k_c^2} \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial y} \; ; \; \underline{H}_y = \frac{-j\omega\varepsilon}{k_c^2} \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial x}$$

$$\frac{\underline{E}_x}{\underline{H}_y} = \frac{-\underline{E}_y}{\underline{H}_x} = \frac{\beta_g}{\omega\varepsilon}$$

$$k_{c\,mn}^{TM} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

$\Rightarrow \exists$ une double infinité de mode TM.

Rq: Le mode TM_{0n} et TM_{m0} ne $\nexists$ pas finalement $\exists$ une double infinité de mode TE et de mode TM. - Dans le guide d'onde rectangulaire



Ex: on suppose un guide rectangulaire on a $a = 2b$

classer les 10 premiers modes suivant leur ordres d'apparition

$$k_{c\,mn} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} = \pi \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{2n}{a}\right)^2}$$

$$k_{c\,mn} = \frac{\pi}{a}\left(m^2 + 4n^2\right)^{1/2}$$

$$k_{c\,mn} = \frac{2\pi f_{c\,mn}}{v} \Rightarrow f_{c\,mn} = \frac{v}{n} \frac{k_{mn}}{2\pi}$$

$$f_{c\,mn} = \frac{v}{2\pi} \frac{\pi}{a} \sqrt{m^2 + 4n^2} = \frac{v}{2a} \sqrt{m^2 + 4n^2}$$

mode fondamental $\rightarrow m = 1 ; n = 0$

$f_{c10}^{TE} = \frac{v}{2a}$; pour le reste on va calculer la fréquence normalisé

$$\frac{f_{c\,mn}}{f_{c10}^{TE}} = \sqrt{m^2 + 4n^2}$$

n \ m	0	1	2	3	4
0	X	1	2	3	4
1	2	2,23	2,828	3,605	
2	4				
3					
4					

mode	TE_{10}	TE_{01} TE_{20}	TE_{11} TM_{11}	TE_{21} TM_{21}	TE_{02}	TE_{31} TM_{31}
f_{cmn}	1	2	2,236	2,828	3	3,605

Un guide rectangulaire rempli d'air dont les dimensions sont $a = 5\,cm$ et $b = 2{,}5\,cm$ opère en mode dominant à la fréquence où la fréquence du générateur $f_0 = 4{,}5\,GHz$

1) a) classer les trois premiers modes possibles dans ce guide

b) quel est ce mode dominant

c) calculer la fréquence de coupure de mode dominant.

2) Déterminer λ_g

3) Déterminer v_φ.

Solution :

① a - voir la précédente

b) TE_{10}

c) $f_{c10}^{TE} = \frac{v}{2a}$; $v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}}$ avec $\varepsilon_r = 1$ $\mu_r = 1$

$v = c = 10^8$

$f_{c10}^{TE} = \frac{3\,10^8}{2 \times 5\,10^{-2}} = 0{,}3\,10^{10}$

$= 3\,10^9\,Hz$

$= 3\,GHz$.

2) $\beta_{g_{mn}}^{TE\,2} = k^2 - k_{c_{mn}}^{TE\,2} = 0$

$\beta_{g_{10}}^{TE} = \sqrt{k_0^2 - k_{c_{10}}^{TE\,2}}$

$k_0 = \frac{2\pi f_0}{v} = \frac{2\pi\, 4{,}5\,10^9}{3\,10^8} = 94{,}24$

$k_{c_{10}}^{TE} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}_{(1,0)} = \frac{\pi}{a} = \frac{\pi}{5\,10^{-2}} = 628{,}3\ rad/m$

$\beta_{g_{10}}^{TE} = \sqrt{(94{,}24)^2 - \left(\frac{\pi}{5\,10^{-2}}\right)^2} = \pm 0{,}2\,rd/m$

$\lambda_{g_{10}} = \frac{2\pi}{\beta_{g_{10}}^{TE}} = 0{,}0894\,m$

③ $v_\varphi = \frac{\omega}{\beta_g} = \frac{2\pi f_0}{\beta_{g_{10}}^{TE}} = \frac{9\,10^9 \times 2\pi}{70{,}2\pi} = 4{,}02\,10^8\,m/s$.

Ex3 ... guide d'air ... avec $a = 4\,cm$; $b = 2\,cm$; transporte une onde en mode TE_{10} avec la puissance $0{,}5\,KW$ sachant que $f_0 = 10\,GHz$

1) Donner les expressions du champ em g

2) calculer $\beta_{g_{10}}$

3) trouver l'expression de P en fonction E_{10} amplitude du champ E

4) Déduire la valeur de E_{10}

Rappel $P = Re \iint_S \frac{1}{2}(\vec{E} \wedge \vec{H}^*).\vec{ds}$

mode TE

$\underline{H}_z = H_{3mn} \cos\frac{m\pi}{a}x \cos\frac{n\pi}{b}y\, e^{-j\beta_g z}$

mode TM.

$\underline{E}_z = E_{z\,mn} \sin\frac{m\pi}{a}x \sin\frac{n\pi}{b}y\, e^{-j\beta_g z}$

$\underline{E}_x = \underline{E}_{x_{mn}} \cos\frac{m\pi}{a}x \sin\frac{n\pi}{b}y\, e^{-j\beta_g z}$

$\underline{E}_y = \underline{E}_{y_{mn}} \sin\frac{m\pi}{a}x \cos\frac{n\pi}{b}y\, e^{-j\beta_g z}$

$\underline{H}_x = \underline{H}_{x_{mn}} \sin\frac{m\pi}{a}x \cos\frac{m\pi}{b}y\, e^{-j\beta_g z}$

$\underline{H}_y = \underline{H}_{y_{mn}} \cos\frac{m\pi}{a}x \sin\frac{m\pi}{b}y\, e^{-j\beta_g z}$

$\frac{\underline{E}_x}{\underline{H}_y} = -\frac{\underline{E}_y}{\underline{H}_x} = \zeta_{TE} = \frac{\omega\mu}{\beta_g}$

⇒ pour notre cas :

$\underline{H}_z = H_{10} \cos\frac{\pi}{a}x\, e^{-j\beta_g z}$

$\underline{E}_x = 0$

$\underline{E}_y = E_{10} \sin\frac{\pi}{a}x\, e^{-j\beta_g z}$

$\underline{E}_z = 0$

$\underline{H}_x = -\frac{\beta_g E_{10}}{\omega\mu} \sin\frac{\pi}{a}x\, e^{-j\beta_g z}$

$\underline{H}_y = 0$